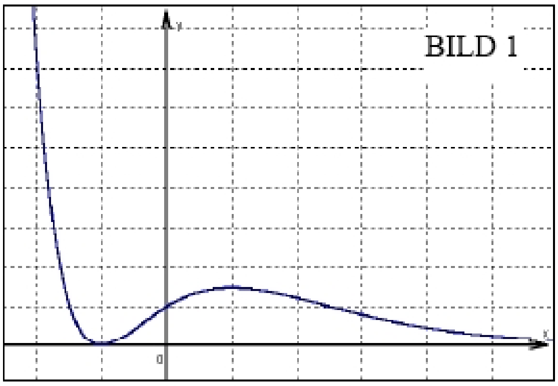
Aufgabe 1

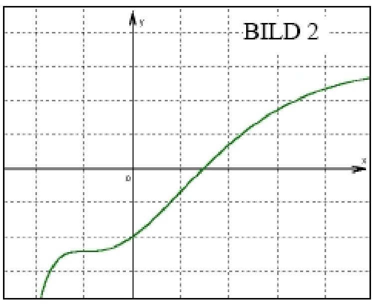
Gegeben ist die Exponentialfunktion f mit der Gleichung

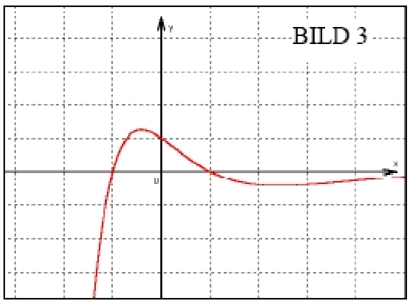
$$f(x) = (x^2 + 2x + 1) \cdot e^{-x} \qquad ; \quad x \in R$$

a) Bestimmen Sie für die Funktion f die Achsendurchschlagspunkte, das Verhalten im Unendlichen und die relativen Extrema.

b) Gegeben sind die Graphen *der Funktion f*, der Graph *ihrer Ableitungsfunktion f'* und der Graph *einer Stammfunktion F von f.*
Begründen Sie *möglichst vielseitig*, dass nur Bild 1 den Graphen von f darstellen kann.
Entscheiden Sie, welcher Graph f' und welcher Graph F darstellt und begründen Sie Ihre Entscheidung!







c) Der Graph von f schließt im 1.Quadranten mit der x-Achse eine Fläche ein.

1. Zeigen Sie, dass die Funktion F mit $F(x) = (-x^2 - 4x - 5) \cdot e^{-x} + 3$ eine Stammfunktion zu f ist.
2. Berechnen Sie den Inhalt der oben beschriebenen Fläche.
3. Zeichnen Sie in das Bild mit dem Graphen der Funktion f den Graphen der Funktion g mit $g(x) = e^{-x}$ ein. Dieser Graph teilt die in c2 berechnete Fläche. Berechnen Sie das Teilverhältnis.

d) Gegeben ist das Integral $\int_{-2}^{b} \left(f(x) - g(x)\right) dx$. Für immer größer werdende Werte von b nähert sich der Integralwert dem Wert 0. Interpretieren Sie dieses Ergebnis hinsichtlich der von den Graphen der Funktionen f und g *insgesamt* eingeschlossenen Fläche?

Aufgabe 2

Bestimme die Lösungsmenge der linearen Gleichungssysteme:

a) $\begin{aligned} 4x_1 - 4x_2 - x_3 &= -61 \\ 4x_1 + 15x_2 - 9x_3 &= 0 \\ 8x_1 - 4x_2 + 5x_3 &= -31 \end{aligned}$ b) $\begin{aligned} 1x_1 + 1x_2 + 1x_3 &= 11 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 &= 6 \end{aligned}$

Aufgabe 3

Stelle den Vektor $\vec{x}$ als Linearkombination der Vektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ dar.

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 13 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4

Zeichne folgende Vektoren in ein Koordinatensystem ein:

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$; b) $\vec{a} + \vec{b}$; c) $\vec{a} - 3\vec{b}$; d) $\frac{1}{2}\vec{a} + 2\vec{b}$

Aufgabe 5

Gegeben sind die Gerade g durch den Punkt P(2 | 1 | -1) und den

Richtungsvektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ und die Gerade h_t durch den Punkt Q(9 | 12 | -2)

und den Richtungsvektor $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ t \\ 3 \end{pmatrix}$, $t \in R$.

a) Bestimmen Sie t so, dass sich die beiden Geraden schneiden, und berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes S. (Ergebnis: t = -1; S(6 | 9 | 7)).

Aufgabe 6

Wie können zwei Geraden im Raum zueinander liegen und welche Bedingungen müssen dann die Geradengleichungen erfüllen. Gib Beispiele !

Viel Erfolg !