Mathematik

Informationen für die Hand der Lehrerin/des Lehrers

Grundkurs ☒ ☐ Leistungskurs

Jede Prüfungsaufgabe im Fach Mathematik (Grundkurs) wird aus 2 Aufgaben gebildet. Für die Bildung der Prüfungsaufgabe gilt:

- **Die Fachlehrerin/der Fachlehrer stellt aus den übermittelten Aufgabensätzen die Prüfungsaufgabe nach folgenden Vorgaben zusammen:**

- **Grundkurs: Die Prüfungsaufgabe wird aus 2 Aufgaben – jeweils eine aus jeder Aufgabengruppe – gebildet.**

Für die einzelnen Aufgaben werden lediglich Bewertungspunkte, keine Teilnoten vergeben. Die Notenbildung erfolgt über die Punktzahl der gesamten Prüfungsaufgabe gemäß Nr. III.

Im Folgenden wird als Beispiel eine Prüfungsaufgabe mit 2 Aufgaben bereitgestellt.

I. Aufgabe

1. Aufgabenart

Aufgabenart		Aufgabenstellung aus dem Bereich Analysis	X
Aufgabenart		Aufgabenstellung aus dem Bereich Lineare Algebra/-Geometrie einschl. Alternative 1 (Abbildungen)	
Aufgabenart		Aufgabenstellung aus dem Bereich Lineare Algebra/-Geometrie einschl. Alternative 2 (Übergangsmatrizen)	
Aufgabenart		Aufgabenstellung aus dem Bereich Stochastik	

2. Aufgabenstellung

s. Anlage (Vorlage der Prüfungsaufgabe für den Prüfling)

3. Materialgrundlage

./.

4. Bezüge zu den 'Vorgaben zu den unterrichtlichen Voraussetzungen für die schriftlichen Prüfungen im Abitur in der gymnasialen Oberstufe im Jahr 2007'

1. *Inhaltliche Schwerpunkte*
   - *Untersuchung von Exponentialfunktionen einschließlich notwendiger Ableitungsregeln (Produkt- und Kettenregel) in Sachzusammenhängen*

2. *Medien/Materialien*
   ./.

5. Zugelassene Hilfsmittel

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Deutsches Wörterbuch

6. Vorgaben für die Bewertung der Schülerleistungen

6.1 Allgemeine Hinweise

Die Bewertung erfolgt anhand des folgenden Bewertungsschemas.

Als Grundlage einer kriteriengeleiteten Beurteilung werden zu erbringende Teilleistungen ausgewiesen, die die mit der jeweiligen Aufgabe verbundenen Anforderungen aufschlüsseln.

Für komplexere Teilleistungen werden unterschiedliche Lösungsqualitäten exemplarisch ausdifferenziert, um zu verdeutlichen, unter welchen Bedingungen eine bestimmte Bewertung angemessen ist. Die Angaben dienen der Orientierung der Korrektoren und sind nicht als exakte Vorformulierungen von Schülerlösungen zu verstehen.

Der Kriterienkatalog sieht in der Regel die Möglichkeit vor, zusätzliche Teilleistungen des Prüflings zu berücksichtigen. Die hierbei maximal zu erreichende Punktzahl ist in Klammern angegeben. Die Höchstpunktzahl für die Teilaufgabe insgesamt kann dadurch nicht überschritten werden.

Die Anordnung der Kriterien folgt einer plausiblen logischen Abfolge von Lösungsschritten, die aber keineswegs allgemein vorausgesetzt werden kann und soll.

Die Teilleistungen werden den in den Lehrplänen definierten Anforderungsbereichen I bis III zugeordnet, die Klassen von unterschiedlich komplexen kognitiven Operationen definieren, aber noch keine eindeutige Hierarchie der Aufgabenschwierigkeiten begründen. Dazu dienen Punktwerte, die die Lösungsqualität der erwarteten Teilleistung bezogen auf den jeweiligen Anforderungsbereich gewichten. Die Punktwerte qualifizieren Schwierigkeitsgrade von Teilleistungen im Verhältnis zueinander. Die Zuordnungen zu Anforderungsbereichen und Punktwertungen sind Setzungen, die von typischen Annahmen über Voraussetzungen und Schwierigkeitsgrade der Teilleistungen ausgehen. Die für jede Teilleistung angegebenen Punktwerte entsprechen einer maximal zu erwartenden Lösungsqualität.

Inhaltliche Leistungen und Darstellungsleistungen werden in der Regel gesondert ausgewiesen und gehen mit fachspezifischer Gewichtung in die Gesamtwertung ein. Dabei schließt die inhaltliche Leistung eine sachgerechte Verwendung der Fachterminologie ein. Ausnahmen bilden die Fächer Mathematik, Physik, Informatik und Technik sowie Griechisch und Latein im Übersetzungsteil, die die Bewertung der Darstellungsleistung insgesamt in die Bewertung der inhaltlichen Teilleistungen integrieren. Die Entscheidung über eine Absenkung der Bewertung aufgrund von gehäuften Verstößen gegen die sprachliche Richtigkeit (§ 13 Abs. 6 APO-GOSt) wird wie bisher im Anschluss an die Bewertung der inhaltlichen Leistungen und der Darstellungsleistungen getroffen.

Die folgenden Bewertungskriterien werden in einen für jede Klausur gesondert auszufüllenden 'Bewertungsbogen' aufgenommen, der den Fachlehrerinnen und Fach-lehrern zur Verfügung gestellt wird. In diesen trägt die erstkorrigierende Lehrkraft den entsprechend der Lösungsqualität jeweils tatsächlich erreichten Punktwert für die Teilleistung in der Bandbreite von 0 bis zur vorgegebenen Höchstpunktzahl ein. Sie ordnet der erreichten Gesamtpunktzahl ein Notenurteil zu, das ggf. gem. § 13 Abs. 6 APO-GOSt abschließend abzusenken ist.

6.2.1 Modelllösungen I. Aufgabe

	Lösungsskizze
a)	$g(x) > 0$ für alle $x \in R$, also gehört G(g) zu g und demnach G(f) zu f. (Alternative Begründungen: Vergleich des Verhaltens im Unendlichen oder Lage der Punkte für kleine positive x-Werte, ...) $f'(x) = e^{2-x} \cdot (2-2x)$ $f''(x) = e^{2-x} \cdot (2x-4)$ $f'''(x) = e^{2-x} \cdot (6-2x)$ $g'(x) = e^{2-x} \cdot (2x - x^2)$ $g''(x) = e^{2-x} \cdot (x^2 - 4x + 2)$ $f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \quad f'''(2) \neq 0 \quad f(2) = 4$ WP (2 | 4) $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \quad g''(2) = -2 \quad g(2) = 4$ HP (2 | 4) Die beiden Punkte fallen zusammen.
b)	Der gesuchte Flächeninhalt A(u) lässt sich berechnen als Differenz der beiden Dreiecksflächeninhalte: $A_g - A_f$ mit $A_g = \frac{u \cdot g(u)}{2}$ und $A_f = \frac{u \cdot f(u)}{2}$ (Alternative: stumpfwinkliges Dreieck mit Grundseite g = g(u) - f(u) und Höhe h = u) Also $A(u) = e^{2-u} \cdot (\frac{u^3}{2} - u^2) \Rightarrow A'(u) = e^{2-u} \cdot (-\frac{u^3}{2} + \frac{5}{2}u^2 - 2u)$ $A'(u) = 0 \Leftrightarrow u^3 - 5u^2 + 4u = 0 \Leftrightarrow u = 0 \vee u = 1 \vee u = 4$ $A'(3) > 0 \wedge A'(5) < 0$ (+/- Vorzeichenwechsel von A'). Das gesuchte Maximum liegt bei u = 4.
c)	(1) $h(t) = \frac{t}{3} \cdot e^{2-\frac{t}{60}} = 10 \cdot 2 \cdot \frac{t}{60} \cdot e^{2-\frac{t}{60}}$ h entsteht aus f durch Stauchung in x-Richtung mit Faktor $\frac{1}{60}$, Streckung in y-Richtung mit Faktor 10 und Einschränkung auf R_0^+. Aus $H(t) = -20 \cdot (t+60) \cdot e^{2-\frac{t}{60}}$, $t \in R_0^+$ folgt durch Differenzieren die Behauptung. (2) $h(60) = 20e \approx 54 \quad h(225) = 75 \cdot e^{-\frac{7}{4}} \approx 13$ $\int_0^{225} h(t)\,dt = 300 \cdot e^{-\frac{7}{4}} \cdot (4 \cdot e^{\frac{15}{4}} - 19) \approx 7876$ (3)

	$\lim\limits_{z\to\infty}\int\limits_0^z h(t)\,dt = \lim\limits_{z\to\infty}[-20\cdot(t+60)\cdot e^{2-\frac{t}{60}}]_0^z = \lim\limits_{z\to\infty}(-20(z+60)\cdot e^{2-\frac{z}{60}} + 20\cdot 60\cdot e^2) = 1200\cdot e^2 \approx 8867$ Interpretation: Der Grenzwert stellt die Gesamtzahl aller Anrufe dar, wenn die Leitungen für alle Zeit offen bleiben. Diese Zahl wächst also nicht ins Unendliche, sondern hat eine obere Grenze, die Maximalzahl aller Anrufe. Beurteilung: Folgende Antworten sind z. B. denkbar: „In der Realität bleiben die Leitungen nur eine begrenzte Zeit geöffnet.“, „Wenn bei unendlich offener Leitung pro Minute nur einer anruft, müsste die Maximalzahl unendlich groß sein, h ist daher ab einem bestimmten Wert als Modell nicht mehr brauchbar.“, „Die Funktionswerte von h sind reelle Zahlen, die Anzahl der Anrufe ist aber ganzzahlig.“, „Der Definitionsbereich von h ist R_0^+, Messwerte liegen aber nur im Minutentakt vor.“.

6.2.2 Teilleistungen – Kriterien I. Aufgabe

Teil-auf-gabe		Anforderung	Lösungsqualität Anforderungsbereich		
		Der Prüfling	**I**	**II**	**III**
Teilaufgabe I.a	1	gibt eine schlüssige Begründung dafür, dass G(f) der Graph zu f und G(g) der Graph zu g ist.		3	
	2	berechnet die 1. und 2. Ableitung von f.		2	
	3	berechnet die 1. Ableitung von g.	2		
	4	berechnet die Lösung zu f’’(x)=0 und überprüft ein hinreichendes Kriterium.	3		
	5	berechnet die Lösung zu g’(x)=0 und überprüft ein hinreichendes Kriterium.	2		
	6	berechnet die Funktionswerte von f bzw. g an der errechneten Stelle.	2		
	7	ermittelt die Koordinaten des Hochpunktes von g und des Wendepunktes von f und gibt an, dass die beiden Punkte zusammenfallen.	2		
		Summe Teilaufgabe I.a)	**11**	**5**	**0**
		Der Prüfling	**I**	**II**	**III**
Teilaufgabe I.b	1	beschreibt einen Lösungsansatz zur Flächenberechnung.		3	
	2	stellt den Term A(u) für die Flächenberechnung auf.		2	
	3	berechnet die Ableitung A’(u).	2		
	4	löst die Gleichung A’(u)=0, indem er sie zurückführt auf eine Gleichung dritten Grades (ohne absolutes Glied).		3	
	5	untersucht ein hinreichendes Kriterium für die einzige mögliche Lösung u=4 und gibt die gesuchte Extremstelle u = 4 an.		4	
		Der gewählte Lösungsansatz und –weg muss nicht identisch mit dem der Musterlösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.			
		Summe Teilaufgabe I.b)	**2**	**12**	**0**

		Der Prüfling	I	II	III
Teilaufgabe I.c	1	stellt eine Beziehung auf zwischen h(t) und f(x).		2	
	2	gibt die Veränderungen von h gegenüber f an.		2	
	3	weist durch Differenzieren die Übereinstimmung von H'(t) mit h(t) nach.	3		
	4	berechnet h(60) und h(225).		2	
	5	stellt zur Berechnung der Gesamtzahl einen Integralterm auf.			2
	6	berechnet das bestimmte Integral.		2	
	7	berechnet den Grenzwert des uneigentlichen Integrals.		2	
	8	interpretiert diesen Grenzwert.		2	
	9	beurteilt die Brauchbarkeit des Modells.			3
		Summe Teilaufgabe I.c)	**3**	**12**	**5**
		Summe Teilaufgaben I.a) - I.d)	**16**	**29**	**5**

Zwischensumme aus 6.2.2: 50 Punkte

Anlage

(Aufgabe I in der Form, in der sie den Prüflingen vorgelegt wird)

Allgemeine Hinweise zur Darstellung der Lösungen:

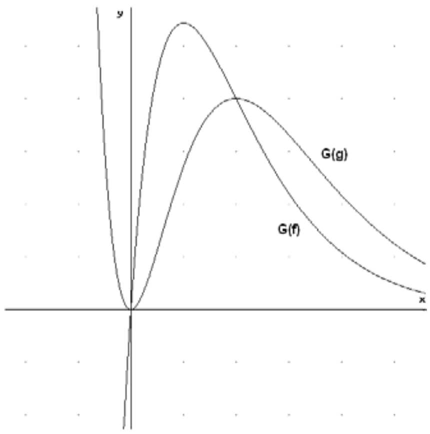
Bei der Darstellung der Lösungen müssen für alle Teilaufgaben grundsätzlich der Lösungsansatz (je nach Aufgabenstellung die Sachaussage und/oder die mathematische Formel) notiert und die Wahl begründet werden. Darüber hinaus sind wesentliche Entscheidungen bei der Aufgabenlösung zu erläutern bzw. zu begründen und wesentliche Rechenschritte zu dokumentieren. Die ausschließliche Angabe des richtigen Rechenergebnisses einer Teilaufgabe führt nicht zu Bewertungspunkten.

Aufgabenstellung:

Gegeben sind die Funktionen f und g mit $f(x) = 2x \cdot e^{2-x}$ und $g(x) = x^2 \cdot e^{2-x}$, $x \in R$.
In der Zeichnung sind die zugehörigen Funktionsgraphen G(f) und G(g) dargestellt.

a) *Begründen Sie, dass* G(f) *der Graph von* f *und* G(g) *der Graph von* g *ist.*

Untersuchen Sie, ob der Hochpunkt von G(g) und der Wendepunkt von G(f) *zusammenfallen.*



b) Die Gerade x = u mit u > 2 schneidet den Graphen von f im Punkt P und den Graphen von g im Punkt Q. O bezeichne den Koordinatenursprung.

Für welchen Wert von u ist der Flächeninhalt des Dreiecks OPQ *am größten?*

Beschreiben Sie Ihren Lösungsansatz zur Flächenberechnung und bestimmen Sie den gesuchten Wert von u.

c) Im Fernsehen beginnt um 20.15 Uhr eine Sendung zu Gunsten einer Wohltätigkeitsaktion, in deren Verlauf die Zuschauer per Anruf einen Spendenbeitrag leisten können. Die innerhalb der vorhergehenden Minute eingegangenen Anrufe werden im Minutentakt zum Zeitpunkt t (t in Minuten) nach Start der Sendung registriert. Diese Anrufrate h(t) (Anzahl der Anrufe pro Minute) lässt sich näherungsweise beschreiben durch $h(t) = \frac{t}{3} \cdot e^{2-\frac{t}{60}}$.

(1) *Geben Sie an, wie der Graph zu* $h: t \to h(t), t \in R_0^+$ *aus einem der beiden Graphen* G(f) *oder* G(g) *in a) entsteht.*

Zeigen Sie, dass die Funktion H *mit* $H(t) = -20 \cdot (t + 60) \cdot e^{2-\frac{t}{60}}, t \in R_0^+$ *eine Stammfunktion zu* h *ist.*

(2) *Berechnen Sie die registrierten Anrufraten um* 21.15 Uhr *und um Mitternacht.*

Ermitteln Sie die Anzahl aller registrierten Anrufe bis Mitternacht.

(3) *Berechnen Sie* $\lim\limits_{z\to\infty} \int_0^z h(t)\,dt$ *und interpretieren Sie diesen Grenzwert hinsichtlich seiner Bedeutung in der Problemstellung.*

Beurteilen Sie für diesen Aspekt die Brauchbarkeit der durch die Funktion h *erfolgten Modellbildung für die reale Situation.*

Anmerkungen:

./.

Hilfsmittel:

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Deutsches Wörterbuch

Bearbeitungszeit für beide Aufgaben zusammen:

180 Minuten

II. Aufgabe

1. Aufgabenart

Aufgabenart		Aufgabenstellung aus dem Bereich Analysis	
Aufgabenart		Aufgabenstellung aus dem Bereich Lineare Algebra/-Geometrie einschl. Alternative 1 (Abbildungen)	
Aufgabenart		Aufgabenstellung aus dem Bereich Lineare Algebra/-Geometrie einschl. Alternative 2 (Übergangsmatrizen)	
Aufgabenart		Aufgabenstellung aus dem Bereich Stochastik	X

2. Aufgabenstellung

s. Anlage (Vorlage der Prüfungsaufgabe für den Prüfling)

3. Materialgrundlage

- Die Aufgabenstellung ist (weitgehend) entnommen aus „Einheitliche Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung Mathematik – Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 1.12.1989 i.d.F. vom 24.5.2002

4. Bezüge zu den 'Vorgaben zu den unterrichtlichen Voraussetzungen für die schriftlichen Prüfungen im Abitur in der gymnasialen Oberstufe im Jahr 2007'

3. *Inhaltliche Schwerpunkte*
   - *Wahrscheinlichkeitsrechnung (Berechnung von Wahrscheinlichkeiten)*
   - *Unabhängigkeit*
   - *Binomialverteilung einschl. Erwartungswert*

4. *Medien/Materialien*
   ./:

5. Zugelassene Hilfsmittel

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Deutsches Wörterbuch

6. Vorgaben für die Bewertung der Schülerleistungen

6.2 Allgemeine Hinweise

Die Bewertung erfolgt anhand des folgenden Bewertungsschemas.

Als Grundlage einer kriteriengeleiteten Beurteilung werden zu erbringende Teilleistungen ausgewiesen, die die mit der jeweiligen Aufgabe verbundenen Anforderungen aufschlüsseln.

Für komplexere Teilleistungen werden unterschiedliche Lösungsqualitäten exemplarisch ausdifferenziert, um zu verdeutlichen, unter welchen Bedingungen eine bestimmte Bewertung angemessen ist. Die Angaben dienen der Orientierung der Korrektoren und sind nicht als exakte Vorformulierungen von Schülerlösungen zu verstehen.

Der Kriterienkatalog sieht in der Regel die Möglichkeit vor, zusätzliche Teilleistungen des Prüflings zu berücksichtigen. Die hierbei maximal zu erreichende Punktzahl ist in Klammern angegeben. Die Höchstpunktzahl für die Teilaufgabe insgesamt kann dadurch nicht überschritten werden.

Die Anordnung der Kriterien folgt einer plausiblen logischen Abfolge von Lösungsschritten, die aber keineswegs allgemein vorausgesetzt werden kann und soll.

Die Teilleistungen werden den in den Lehrplänen definierten Anforderungsbereichen I bis III zugeordnet, die Klassen von unterschiedlich komplexen kognitiven Operationen definieren, aber noch keine eindeutige Hierarchie der Aufgabenschwierigkeiten begründen. Dazu dienen Punktwerte, die die Lösungsqualität der erwarteten Teilleistung bezogen auf den jeweiligen Anforderungsbereich gewichten. Die Punktwerte qualifizieren Schwierigkeitsgrade von Teilleistungen im Verhältnis zueinander. Die Zuordnungen zu Anforderungsbereichen und Punktwertungen sind Setzungen, die von typischen Annahmen über Voraussetzungen und Schwierigkeitsgrade der Teilleistungen ausgehen. Die für jede Teilleistung angegebenen Punktwerte entsprechen einer maximal zu erwartenden Lösungsqualität.

Inhaltliche Leistungen und Darstellungsleistungen werden in der Regel gesondert ausgewiesen und gehen mit fachspezifischer Gewichtung in die Gesamtwertung ein. Dabei schließt die inhaltliche Leistung eine sachgerechte Verwendung der Fachterminologie ein. Ausnahmen bilden die Fächer Mathematik, Physik, Informatik und Technik sowie Griechisch und Latein im Übersetzungsteil, die die Bewertung der Darstellungsleistung insgesamt in die Bewertung der inhaltlichen Teilleistungen integrieren. Die Entscheidung über eine Absenkung der Bewertung aufgrund von gehäuften Verstößen gegen die sprachliche Richtigkeit (§ 13 Abs. 6 APO-GOSt) wird wie bisher im Anschluss an die Bewertung der inhaltlichen Leistungen und der Darstellungsleistungen getroffen.

Die folgenden Bewertungskriterien werden in einen für jede Klausur gesondert auszufüllenden 'Bewertungsbogen' aufgenommen, der den Fachlehrerinnen und Fach-lehrern zur Verfügung gestellt wird. In diesen trägt die erstkorrigierende Lehrkraft den entsprechend der Lösungsqualität jeweils tatsächlich erreichten Punktwert für die Teilleistung in der Bandbreite von 0 bis zur vorgegebenen Höchstpunktzahl ein. Sie ordnet der erreichten Gesamtpunktzahl ein Notenurteil zu, das ggf. gem. § 13 Abs. 6 APO-GOSt abschließend abzusenken ist.

6.2.1 Modelllösungen II. Aufgabe

	Lösungsskizze
a)	Der Sachverhalt wird wie folgt modelliert: Es wird angenommen, dass jeder der n Kunden, die ein Flugticket gekauft haben, den Flug mit einer Wahrscheinlichkeit von jeweils 0,9 unabhängig von der Entscheidung aller anderen Kunden tatsächlich antritt. Damit wird der Sachverhalt durch eine Bernoulli-Kette der Länge n mit dem Parameter p = 0,9 beschrieben. Die Annahmen treffen z.B. dann nicht zu, wenn - die Wahrscheinlichkeit einer Stornierung bei verschiedenen Kunden oder Kundengruppen (z.B. Geschäfts- und Privatkunden) unterschiedlich ist, - eine ganze Familie wegen Krankheit eines einzelnen Mitgliedes storniert oder wenn mehrere Stornierungen auf Grund höherer Gewalt im Zielgebiet erfolgen.
b)	X : Anzahl der tatsächlich genutzten Plätze X ist binomialverteilt mit n = 100 und p = 0,9 $\mathrm{P}(\mathrm{X}=84)=\mathrm{B}(100;0{,}9;84)\approx 1{,}9\,\%$ $P(X \le 84)=\sum_{k=0}^{84} B(100\,;0{,}9\,;k)\approx 4{,}0\,\%$ $\mathrm{P}(\mathrm{X}\ge 90)=\sum_{k=90}^{100}\mathrm{B}(100\,;0{,}9\,;k)\approx 58{,}3\,\%$ Erwartungswert der Einnahmen in € : E = 200 · 90 + 100 · 10 = 19 000
c)	Y : Anzahl der Passagiere, die den Flug tatsächlich antreten wollen Y ist binomialverteilt mit n = 108 und p = 0,9 $\mathrm{P}(\mathrm{Y}\ge 101)=\sum_{k=101}^{108}\mathrm{B}(108;0{,}9;k)\approx 14{,}3\%$
d)	Einnahmen im Fall Y = 105 in € : 100·200 + 3·100 – 5·1000 = 15 300 Erwartungswert der Einnahmen in € : $E = T_1 + T_2 = \sum_{k=0}^{100}\big(k\cdot 200+(108-k)\cdot 100\big)\cdot B(108;0{,}9;k) \; +$ $\sum_{k=101}^{108}\big(100\cdot 200+(108-k)\cdot 100-(k-100)\cdot 1000\big)\cdot B(108;0{,}9;k)$ T_1 beschreibt für Flüge ohne Überbuchung die Einnahmen durch k Passagiere, die tatsächlich fliegen, und die Einnahmen für (108 – k) Stornierungen. T_2 beschreibt für Flüge mit Überbuchung die Einnahmen durch 100 Passagiere, die tatsächlich fliegen, und die Einnahmen durch (108 – k) Stornierungen abzüglich der Kosten für (k – 100) Überbuchungen.

6.2.2 Teilleistungen – Kriterien II. Aufgabe

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-auf-gabe</th><th rowspan="2"></th><th rowspan="2" colspan="2">Anforderung</th><th colspan="3">Lösungsqualität
Anforderungs-bereich</th></tr>
<tr></tr>
<tr><td></td><td></td><td colspan="2">Der Prüfling</td><td>I</td><td>II</td><td>III</td></tr>
<tr><td rowspan="6">Teilaufgabe II.a</td><td>1</td><td colspan="2">beschreibt die folgenden Annahmen für einen Lösungsansatz (Modellierung) mit Hilfe einer Binomialverteilung:</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>-</td><td>Die Unabhängigkeit des Antretens des Fluges wird (ausdrücklich) angegeben.</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>-</td><td>Jeder der n Kunden, die ein Flugticket gekauft haben, tritt mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,9 den Flug an (Beschreibung als Bernoulli-Kette der Länge n mit Trefferwahrscheinlichkeit 0,9).</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td colspan="2">gibt zwei Beispiele an und begründet, dass in diesen Fällen die Annahme einer Binomialverteilung falsch ist.</td><td></td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2" align="right">Summe Teilaufgabe II.a)</td><td>0</td><td>8</td><td>0</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td colspan="2">Der Prüfling</td><td>I</td><td>II</td><td>III</td></tr>
<tr><td rowspan="6">Teilaufgabe II.b</td><td>1</td><td colspan="2">gibt die Charakteristika der Zufallsvariablen X (binomialverteilt, n=100, p=0,9) und einen Lösungsansatz für den Fall „genau 84“ an.</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td colspan="2">berechnet konkret P(X=84).</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td colspan="2">gibt einen Lösungsansatz für den Fall „≤ 84“ an.</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>4</td><td colspan="2">nutzt den Lösungsansatz „Übergang zur Gegenwahrscheinlichkeit (Tabelle)“ und berechnet die gesuchte Wahrscheinlichkeit.</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>5</td><td colspan="2">gibt einen Lösungsansatz für den Fall „≥ 90“ an.</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>6</td><td colspan="2">berechnet die Wahrscheinlichkeit für den Fall „≥ 90“ und den Erwartungswert (Einnahmen).</td><td>4</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td colspan="2" align="right">Summe Teilaufgabe II.b)</td><td>10</td><td>7</td><td>0</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td colspan="2">Der Prüfling</td><td>I</td><td>II</td><td>III</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Teilaufgabe II.c</td><td>1</td><td colspan="2">gibt einen Lösungsansatz (Modellierung) mit Hilfe der binomialverteilten Zufallsvariablen Y an.</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td colspan="2">bestimmt die Kettenlänge der binomialverteilten Zufallsvariablen Y (Interpretation der Prozentzahl).</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td colspan="2">identifiziert die gesuchte Wahrscheinlichkeit mit dem Fall „Y≥101“ und gibt den Term zur Berechnung von P(Y≥101) an.</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>4</td><td colspan="2">berechnet die gesuchte Wahrscheinlichkeit.</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2" align="right">Summe Teilaufgabe II.c)</td><td>3</td><td>6</td><td>0</td></tr>
</table>

		Der Prüfling	I	II	III
Teilaufgabe II.d	1	gibt einen Lösungsansatz für die Berechnung der Einnahmen an und berechnet die Einnahmen bei 105 antretenden Passagieren.	3		
	2	trifft eine Unterscheidung der Fälle „ohne" bzw. „mit" Überbuchungen bei der Ermittlung der erwarteten Einnahmen und ermittelt die Faktoren der Summanden für die Flüge ohne Überbuchungen.		2	
	3	ermittelt den Faktor 100*200+(108-k)*100-(k-100)*1000.			2
	4	ermittelt die Faktoren der Summanden für die Flüge mit Überbuchungen.		2	
	5	gibt eine vollständige Darstellung der Summanden für die Flüge ohne Überbuchungen und für die Flüge mit Überbuchungen an.	2		
	6	erläutert den Teilterm („ohne Überbuchungen").		2	
	7	erläutert den Teilterm („mit Überbuchungen").			3
		Der gewählte Lösungsansatz und -weg muss nicht identisch mit dem der Musterlösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.			
		Summe Teilaufgabe II.d)	**5**	**6**	**5**
		Summe Teilaufgaben II.a) – II. d)	**18**	**27**	**5**

Zwischensumme aus 6.2.2: 50 Punkte

Anlage

(Aufgabe II in der Form, in der sie den Prüflingen vorgelegt wird)

Allgemeine Hinweise zur Darstellung der Lösungen:

Bei der Darstellung der Lösungen müssen für alle Teilaufgaben grundsätzlich der Lösungsansatz (je nach Aufgabenstellung die Sachaussage und/oder die mathematische Formel) notiert und die Wahl begründet werden. Darüber hinaus sind wesentliche Entscheidungen bei der Aufgabenlösung zu erläutern bzw. zu begründen und wesentliche Rechenschritte zu dokumentieren. Die ausschließliche Angabe des richtigen Rechenergebnisses einer Teilaufgabe führt nicht zu Bewertungspunkten.

Aufgabenstellung:

Auf einer bestimmten Strecke verwendet eine Fluggesellschaft Flugzeuge mit 100 Plätzen. Die Belegungsstatistik weist aus, dass die Flüge auf dieser Strecke vorab stets ausgebucht sind. Allerdings werden dann im Mittel 10% der gebuchten Plätze kurzfristig storniert.

Für die Fluggesellschaft ist die Anzahl der Passagiere von Interesse, die bei Schließung der Passagierliste den Flug tatsächlich antreten wollen.

a) Der Sachverhalt soll modelliert werden unter der **Voraussetzung**, dass die möglichen Anzahlen dieser Passagiere binomialverteilt sind.

Erläutern Sie die dazu notwendigen Annahmen.

Nennen Sie zwei Fälle, in denen diese Annahmen nicht zutreffen, und begründen Sie Ihre Aussagen.

Im Folgenden wird vorausgesetzt, dass die möglichen Anzahlen dieser Passagiere binomialverteilt sind. Durch eine Person, die tatsächlich fliegt, nimmt die Fluggesellschaft 200 € ein, bei einer Stornierung nur 100 €.

b) *Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass beim nächsten Flug*

- *genau 84 Plätze,*
- *höchstens 84 Plätze,*
- *mindestens 90 Plätze*

tatsächlich genutzt werden.

Berechnen Sie die Einnahmen, die die Fluggesellschaft pro Flug erwarten kann.

Um die Flugzeuge besser auszulasten, bietet die Fluggesellschaft stets 8% mehr Plätze als verfügbar zum Verkauf an. Da auch diese Plätze alle im Voraus gebucht werden, geht die Fluggesellschaft damit das Risiko einer Überbuchung ein.

c) *Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass es zu Überbuchungen kommt.*

d) Für jeden Fluggast, der wegen Überbuchung abgewiesen werden muss, entstehen der Fluggesellschaft Kosten (negative Einnahmen) in Höhe von 1000 €.

Ermitteln Sie die Einnahmen der Fluggesellschaft, wenn bei Schließung der Passagierliste genau 105 Personen den Flug antreten wollen.

Formulieren Sie einen Term, mit dem sich berechnen lässt, welche Einnahmen die Fluggesellschaft pro Flug erwarten kann, und erklären Sie die Bedeutung der auftretenden Teilterme.

Anmerkungen:

./.

Hilfsmittel:

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Deutsches Wörterbuch

Bearbeitungszeit für beide Aufgaben zusammen:

180 Minuten

III. Prüfungsaufgabe insgesamt:

1. Gesamtsumme der Punkte aus I. und II.: 100 Punkte

2. Grundsätze für die Bewertung (Notenfindung)

Die Zuordnung der Noten (einschließlich der jeweiligen Tendenzen) geht davon aus,

- dass die Note ausreichend (5 Punkte) erteilt wird, wenn annähernd die Hälfte (mindestens 45 %) der Gesamtleistung erbracht worden ist.
- dass die Note gut (11 Punkte) erteilt wird, wenn annähernd vier Fünftel (mindestens 75 %) der Gesamtleistung erbracht worden ist.
- dass die Noten oberhalb und unterhalb dieser Schwellen den Notenstufen annähernd linear zugeordnet werden.

Daraus resultiert die folgende Zuordnung der Notenstufen zu den Punktzahlen:

Note	Punkte	Erreichte Punktzahl
sehr gut plus	15	95 – 100
sehr gut	14	90 – 94
sehr gut minus	13	85 – 89
gut plus	12	80 – 84
gut	11	75 – 79
gut minus	10	70 – 74
befriedigend plus	9	65 – 69
befriedigend	8	60 – 64
befriedigend minus	7	55 – 59
ausreichend plus	6	50 – 54
ausreichend	5	45 – 49
ausreichend minus	4	39 – 44
mangelhaft plus	3	33 – 38
mangelhaft	2	27 – 32
mangelhaft minus	1	20 – 26
ungenügend	0	0 - 19