Unterlagen für die Lehrkraft

Zentrale Klausur am Ende der Einführungsphase 2011

Mathematik

1. Aufgabenart

Analysis

2. Aufgabenstellung

siehe Prüfungsaufgabe

3. Materialgrundlage

entfällt

4. Bezüge zu den Vorgaben

- Geraden und Geradengleichungen (z. B. g(A;B); Steigungswinkel; Parallelität)
- Nullstellen ganzrationaler Funktionen, in faktorisierter Form, keine Polynomdivision, einfaches Ausklammern
- Untersuchung ganzrationaler Funktionen bis n = 3: Nullstellen, Standardsymmetrie, Steigungsverhalten/Hoch- und Tiefpunkte, Wendepunkte
- Tangentengleichungen
- Einfache Transformationen wie Verschieben, Strecken oder Spiegeln von Funktionsgraphen ganzrationaler Funktionen 3. Grades
- Zusammenhang zwischen dem Graphen einer Funktion und den Graphen ihrer ersten und zweiten Ableitungsfunktion
- Differenzialrechnung in Sachzusammenhängen (z. B. durchschnittliche und momentane Änderungsrate; Interpretation ausgezeichneter Punkte im Sachkontext)

5. Zugelassene Hilfsmittel

- CAS (Computer-Algebra-System)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

6. Vorgaben für die Bewertung der Schülerleistungen

Modelllösung a)

Für 7:30 Uhr gilt $t = 7{,}5$, $h(7{,}5) \approx 10{,}37$.

Somit betrug der Wasserstand um 7:30 Uhr ca. 10,37 Meter.

$h(8) - h(7{,}5) \approx 0{,}085$

In den nächsten 30 Minuten stieg das Wasser um ca. 8,5 cm an.

Der gewählte Lösungsansatz und –weg muss nicht identisch mit dem in der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet.

Modelllösung b)

$$m = \frac{h(8) - h(0)}{8 - 0} = 0{,}16$$

Die Geschwindigkeit, mit der der Wasserstand in den ersten acht Stunden des Beobachtungszeitraumes durchschnittlich anstieg, betrug 0,16 Meter pro Stunde.

Der gewählte Lösungsansatz und –weg muss nicht identisch mit dem in der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet.

Modelllösung c)

Gesucht sind die Maximalstelle von h sowie das Maximum selbst.

$h'(t) = -0{,}0075 \cdot t^2 + 0{,}08 \cdot t$

$h''(t) = -0{,}015 \cdot t + 0{,}08$

Mit der notwendigen Bedingung $h'(t) = 0$ ergeben sich die beiden möglichen Extremstellen $t_1 = 0$ und $t_2 = \frac{32}{3}$. Wegen $h''\left(\frac{32}{3}\right) = -0{,}08 < 0$ liegt an der Stelle $t_2 = \frac{32}{3}$ ein relatives Maximum mit $h\left(\frac{32}{3}\right) \approx 10{,}69$ vor. Am Graphen ist ohne konkrete Berechnung der Randwerte zu erkennen, dass es sich für $0 \le t \le 12$ auch um das absolute Maximum handelt.

Der Wasserstand war also $10\frac{2}{3}$ Stunden nach Aufzeichnungsbeginn, also um 10:40 Uhr, am höchsten. Die Höhe betrug ca. 10,69 Meter.

Der gewählte Lösungsansatz und –weg muss nicht identisch mit dem in der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet.

Modelllösung d)

Gesucht ist der Zeitpunkt, zu dem ein Maximum der Änderungsrate h' vorliegt.

$h''(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{16}{3}$.

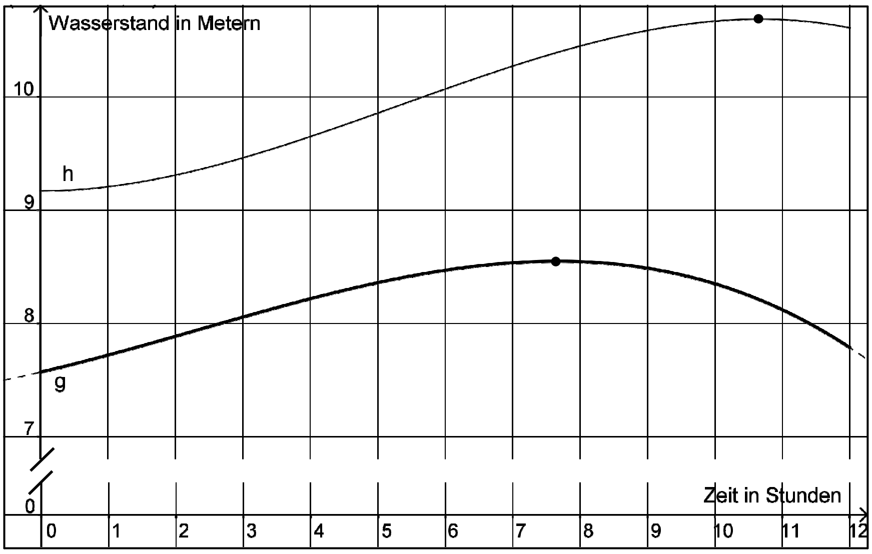
Weil zusätzlich $h'''\left(\frac{16}{3}\right) = -0{,}015 < 0$ gilt, ist $t = \frac{16}{3}$ die gesuchte Stelle.

Dies bedeutet, dass der Wasserstand um 5:20 Uhr am schnellsten anstieg.

Der gewählte Lösungsansatz und –weg muss nicht identisch mit dem in der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet.

Modelllösung e)

(1)



(2) Es gilt: $a = 0{,}8$; $b = 3$

a und b können durch den Vergleich der Koordinaten der Hochpunkte beider Graphen ermittelt werden. Diese Koordinaten können näherungsweise aus der Abbildung entnommen oder berechnet werden.

Andere Wege sind möglich: $a = 0{,}8$ ergibt sich z. B. auch durch den Vergleich der Koeffizienten von t^3.

Der gewählte Lösungsansatz und –weg muss nicht identisch mit dem in der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet.

7. Bewertungsbogen zur Klausur

Name der Schülerin / des Schülers:_________________________________ Kursbezeichnung:_________

Schule:____

Teilaufgabe a)

	Anforderungen	Lösungsqualität	
	Die Schülerin / Der Schüler	maximal erreichbare Punktzahl	erreichte Punktzahl
1	berechnet die Höhe des Wasserstandes.	2	
2	berechnet, um wie viele Zentimeter das Wasser in den nächsten 30 Minuten anstieg.	2	
sachlich richtige Alternativen: (4) ………………………………………………………………………......... ……………………………………………………………………….........			
	Summe Teilaufgabe a)	**4**	

Teilaufgabe b)

	Anforderungen	Lösungsqualität	
	Die Schülerin / Der Schüler	maximal erreichbare Punktzahl	erreichte Punktzahl
1	berechnet die Geschwindigkeit, mit der der Wasserstand durchschnittlich anstieg.	3	
sachlich richtige Alternativen: (3) ………………………………………………………………………......... ……………………………………………………………………….........			
	Summe Teilaufgabe b)	**3**	

Teilaufgabe c)

	Anforderungen	Lösungsqualität	
	Die Schülerin / Der Schüler	maximal erreichbare Punktzahl	erreichte Punktzahl
1	berechnet die Ableitungen h' und h''.	2	
2	ermittelt den Zeitpunkt, zu dem der höchste Wasserstand erreicht wurde.	4	
3	berechnet den Höchststand.	2	
sachlich richtige Alternativen: (8) ………………………………………………………………………......... ……………………………………………………………………….........			
	Summe Teilaufgabe c)	**8**	

Teilaufgabe d)

	Anforderungen	Lösungsqualität	
	Die Schülerin / Der Schüler	maximal erreichbare Punktzahl	erreichte Punktzahl
1	bestimmt den Zeitpunkt, zu dem der Wasserstand am schnellsten anstieg.	6	
sachlich richtige Alternativen: (6) …………………………………………………………………….......... ……………………………………………………………………..........			
	Summe Teilaufgabe d)	**6**	

Teilaufgabe e)

	Anforderungen	Lösungsqualität	
	Die Schülerin / Der Schüler	maximal erreichbare Punktzahl	erreichte Punktzahl
1	(1) zeichnet den Graphen von g und die Hochpunkte der Graphen von g und h.	3	
2	(2) ermittelt Zahlenwerte für a und b.	4	
sachlich richtige Alternativen: (7) …………………………………………………………………….......... ……………………………………………………………………..........			
	Summe Teilaufgabe e)	**7**	

	Summe insgesamt	**28**	

Unterlagen für die Lehrkraft

Zentrale Klausur am Ende der Einführungsphase 2011

Mathematik

1. Aufgabenart

Analysis

2. Aufgabenstellung

siehe Prüfungsaufgabe

3. Materialgrundlage

entfällt

4. Bezüge zu den Vorgaben

- Geraden und Geradengleichungen (z. B. g(A;B); Steigungswinkel; Parallelität)
- Nullstellen ganzrationaler Funktionen, in faktorisierter Form, keine Polynomdivision, einfaches Ausklammern
- Untersuchung ganzrationaler Funktionen bis n = 3: Nullstellen, Standardsymmetrie, Steigungsverhalten/Hoch- und Tiefpunkte, Wendepunkte
- Tangentengleichungen
- Einfache Transformationen wie Verschieben, Strecken oder Spiegeln von Funktionsgraphen ganzrationaler Funktionen 3. Grades
- Zusammenhang zwischen dem Graphen einer Funktion und den Graphen ihrer ersten und zweiten Ableitungsfunktion
- Differenzialrechnung in Sachzusammenhängen (z. B. durchschnittliche und momentane Änderungsrate; Interpretation ausgezeichneter Punkte im Sachkontext)

5. Zugelassene Hilfsmittel

- CAS (Computer-Algebra-System)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

6. Vorgaben für die Bewertung der Schülerleistungen

Modelllösung a)

Ableitungen:

$f'(x) = -\frac{3}{2} \cdot x^2 + 10 \cdot x - 14$

$f''(x) = -3 \cdot x + 10$

Lokale Extrempunkte:

$f'(2) = 0 \wedge f''(2) = 4 > 0, f(2) = -3$

$f'\left(\frac{14}{3}\right) = 0 \wedge f''\left(\frac{14}{3}\right) = -4 < 0, f\left(\frac{14}{3}\right) = \frac{47}{27}$

Damit ergibt sich der lokale Tiefpunkt $T\left(2 \middle| -3\right)$ und der lokale Hochpunkt $H\left(\frac{14}{3} \middle| \frac{47}{27}\right)$.

Der gewählte Lösungsansatz und –weg muss nicht identisch mit dem in der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet.

Modelllösung b)

Gleichung der Tangente g: $g(x) = m \cdot x + b$:

$m = f'(5) = -\frac{3}{2}$

Wegen $B \in g$ ergibt sich: $f(5) = g(5) \Leftrightarrow b = 9$ und damit die Gleichung der Tangente g:
$g(x) = -\frac{3}{2} \cdot x + 9$.

Der gewählte Lösungsansatz und –weg muss nicht identisch mit dem in der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet.

Modelllösung c)

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 5$

Wegen $g(0) = 9$ gilt damit $S\left(0 \middle| 9\right)$.

Der gewählte Lösungsansatz und –weg muss nicht identisch mit dem in der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet.

Modelllösung d)

Näherungslösungen der Gleichung $f(x) = 0$ sind $x \approx 0{,}91$, $x \approx 3{,}57$ und $x \approx 5{,}51$.

Der verschobene Graph hat eine Nullstelle bei $x = 4$, wenn der Graph von f entweder um ca. 3,09 oder ca. 0,43 Einheiten nach rechts oder um ca. 1,51 Einheiten nach links verschoben wird.

Der gewählte Lösungsansatz und –weg muss nicht identisch mit dem in der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet.

Modelllösung e)

Mögliche Zusammenhänge:

In den Bereichen, in denen der Graph von f oberhalb der x-Achse verläuft, steigt der Graph von F.

An den drei Extremstellen des Graphen von F besitzt der Graph von f jeweils eine Nullstelle.

$x \approx 5{,}5$ ist eine Extremstelle des Graphen von F und eine Nullstelle des Graphen von f.

$x = 2$ ist eine Wendestelle des Graphen von F und eine Extremstelle des Graphen von f.

Der gewählte Lösungsansatz und –weg muss nicht identisch mit dem in der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet.

Modelllösung f)

Der Graph von h entsteht durch Verschiebung um 3 Einheiten nach oben aus dem Graphen von f.

Zwei mögliche Begründungen:

Der Graph von H besitzt an der Stelle $x = 6$ einen Hochpunkt. Der Graph der zugehörigen Ableitungsfunktion h muss daher die Nullstelle $x = 6$ haben.

Der Graph von H besitzt an der Stelle $x = 2$ einen Sattelpunkt. Der Graph der zugehörigen Ableitungsfunktion h muss an dieser Stelle die x-Achse berühren.

Der gewählte Lösungsansatz und –weg muss nicht identisch mit dem in der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet.

7. Bewertungsbogen zur Klausur

Name der Schülerin / des Schülers:____________________________________ Kursbezeichnung:___________

Schule:____

Teilaufgabe a)

	Anforderungen	Lösungsqualität	
	Die Schülerin / Der Schüler	maximal erreichbare Punktzahl	erreichte Punktzahl
1	berechnet die Ableitungen f' und f''.	2	
2	weist rechnerisch nach, dass der Graph die lokalen Extrempunkte T und H besitzt.	4	
sachlich richtige Alternativen: (6) ………………………………………………………………………............. ……………………………………………………………………….............			
	Summe Teilaufgabe a)	**6**	

Teilaufgabe b)

	Anforderungen	Lösungsqualität	
	Die Schülerin / Der Schüler	maximal erreichbare Punktzahl	erreichte Punktzahl
1	ermittelt eine Gleichung der Tangente.	3	
sachlich richtige Alternativen: (3) ………………………………………………………………………............. ……………………………………………………………………….............			
	Summe Teilaufgabe b)	**3**	

Teilaufgabe c)

	Anforderungen	Lösungsqualität	
	Die Schülerin / Der Schüler	maximal erreichbare Punktzahl	erreichte Punktzahl
1	ermittelt den Ansatz $f(x) = g(x)$.	2	
2	bestimmt die Koordinaten von S.	2	
sachlich richtige Alternativen: (4) ………………………………………………………………………............. ……………………………………………………………………….............			
	Summe Teilaufgabe c)	**4**	

Teilaufgabe d)

	Anforderungen	Lösungsqualität	
	Die Schülerin / Der Schüler	maximal erreichbare Punktzahl	erreichte Punktzahl
1	berechnet die Nullstellen von *f*.	2	
2	ermittelt, um wie viele Einheiten der Graph verschoben werden muss.	3	
sachlich richtige Alternativen: (5) …………………………………………………………………………........... …………………………………………………………………………...........			
	Summe Teilaufgabe d)	**5**	

Teilaufgabe e)

	Anforderungen	Lösungsqualität	
	Die Schülerin / Der Schüler	maximal erreichbare Punktzahl	erreichte Punktzahl
1	nennt einen Zusammenhang zwischen den Graphen von *f* und *F*.	3	
2	nennt einen weiteren Zusammenhang zwischen den Graphen von *f* und *F*.	3	
sachlich richtige Alternativen: (6) …………………………………………………………………………........... …………………………………………………………………………...........			
	Summe Teilaufgabe e)	**6**	

Teilaufgabe f)

	Anforderungen	Lösungsqualität	
	Die Schülerin / Der Schüler	maximal erreichbare Punktzahl	erreichte Punktzahl
1	gibt die Verschiebung an.	2	
2	begründet seine Entscheidung.	2	
sachlich richtige Alternativen: (4) …………………………………………………………………………........... …………………………………………………………………………...........			
	Summe Teilaufgabe f)	**4**	

	Summe insgesamt	**28**	

Festlegung der Gesamtnote

	Lösungsqualität	
	maximal erreichbare Punktzahl	erreichte Punktzahl
Übertrag der Punktsumme aus der ersten Aufgabe	**28**	
Übertrag der Punktsumme aus der zweiten Aufgabe	**28**	
Gesamtpunktzahl	**56**	

Note

Unterschrift, Datum

Grundsätze für die Bewertung (Notenfindung)

Für die Zuordnung der Noten zu den Punktsummen ist folgende Tabelle zu verwenden:

Note	Erreichte Punktsummen
sehr gut	49 – 56
gut	41 – 48
befriedigend	33 – 40
ausreichend	24 – 32
mangelhaft	12 – 23
ungenügend	0 – 11

Unterlagen für die Lehrkraft

Zentrale Klausur am Ende der Einführungsphase 2011

Mathematik

1. Aufgabenart

Analysis

2. Aufgabenstellung

siehe Prüfungsaufgabe

3. Materialgrundlage

entfällt

4. Bezüge zu den Vorgaben

- Geraden und Geradengleichungen (z. B. g(A;B); Steigungswinkel; Parallelität)
- Nullstellen ganzrationaler Funktionen, in faktorisierter Form, keine Polynomdivision, einfaches Ausklammern
- Untersuchung ganzrationaler Funktionen bis $n = 3$: Nullstellen, Standardsymmetrie, Steigungsverhalten/Hoch- und Tiefpunkte, Wendepunkte
- Tangentengleichungen
- Einfache Transformationen wie Verschieben, Strecken oder Spiegeln von Funktionsgraphen ganzrationaler Funktionen 3. Grades
- Zusammenhang zwischen dem Graphen einer Funktion und den Graphen ihrer ersten und zweiten Ableitungsfunktion
- Differenzialrechnung in Sachzusammenhängen (z. B. durchschnittliche und momentane Änderungsrate; Interpretation ausgezeichneter Punkte im Sachkontext)

5. Zugelassene Hilfsmittel

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (mit oder ohne Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

6. Vorgaben für die Bewertung der Schülerleistungen

Modelllösung a)

Für 7:30 Uhr gilt $t = 7{,}5$, $h(7{,}5) \approx 10{,}37$.

Somit betrug der Wasserstand um 7:30 Uhr ca. 10,37 Meter.

Der gewählte Lösungsansatz und –weg muss nicht identisch mit dem in der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet.

Modelllösung b)

$$m = \frac{h(8) - h(0)}{8 - 0} = \frac{10{,}45 - 9{,}17}{8} = 0{,}16$$

Die Geschwindigkeit, mit der der Wasserstand in den ersten acht Stunden des Beobachtungszeitraumes durchschnittlich anstieg, betrug 0,16 Meter pro Stunde.

Der gewählte Lösungsansatz und –weg muss nicht identisch mit dem in der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet.

Modelllösung c)

Gesucht sind die Maximalstelle von *h* sowie das Maximum selbst.

$$h'(t) = -0{,}0075 \cdot t^2 + 0{,}08 \cdot t$$

$$h''(t) = -0{,}015 \cdot t + 0{,}08$$

Mit der notwendigen Bedingung $h'(t) = 0$ folgt: $-0{,}0075 \cdot t^2 + 0{,}08 \cdot t = 0$. Diese quadratische Gleichung hat die beiden Lösungen $t_1 = 0$ und $t_2 = \frac{32}{3}$. Wegen $h''\left(\frac{32}{3}\right) = -0{,}08 < 0$ liegt an der Stelle $t_2 = \frac{32}{3}$ ein relatives Maximum mit $h\left(\frac{32}{3}\right) \approx 10{,}69$ vor. Am Graphen ist ohne konkrete Berechnung der Randwerte zu erkennen, dass es sich für $0 \le t \le 12$ auch um das absolute Maximum handelt.

Der Wasserstand war also $10\frac{2}{3}$ Stunden nach Aufzeichnungsbeginn, also um 10:40 Uhr, am höchsten. Die Höhe betrug ca. 10,69 Meter.

Der gewählte Lösungsansatz und –weg muss nicht identisch mit dem in der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet.

Modelllösung d)

Gesucht ist der Zeitpunkt, zu dem ein Maximum der Änderungsrate h' vorliegt.

$$h''(t) = 0 \Leftrightarrow -0{,}015 \cdot t + 0{,}08 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{16}{3}.$$

Weil zusätzlich $h'''\left(\frac{16}{3}\right) = -0{,}015 < 0$ gilt, ist $t = \frac{16}{3}$ die gesuchte Stelle.

Dies bedeutet, dass der Wasserstand um 5:20 Uhr am schnellsten anstieg.

Der gewählte Lösungsansatz und –weg muss nicht identisch mit dem in der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet.

Modelllösung e)

Der höchste Wasserstand wurde zu einem späteren Zeitpunkt gemessen, also muss der Graph nach rechts verschoben werden. Dies gelingt mit $b < 0$.

Da der höchste Wasserstand eine geringere Höhe hatte als an der ersten Messstation, muss der Graph in vertikaler Richtung gestaucht werden. Dies gelingt, wenn ein a mit $0 < a < 1$ gewählt wird.

Weitere Einschränkungen der Zahlenbereiche werden nicht erwartet.

Der gewählte Lösungsansatz und –weg muss nicht identisch mit dem in der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet.

7. Bewertungsbogen zur Klausur

Name der Schülerin / des Schülers:____________________________ Kursbezeichnung:__________

Schule:____

Teilaufgabe a)

	Anforderungen	Lösungsqualität	
	Die Schülerin / Der Schüler	maximal erreichbare Punktzahl	erreichte Punktzahl
1	berechnet die Höhe des Wasserstandes.	2	
sachlich richtige Alternativen: (2) …………………………………………………………………………….......... ……………………………………………………………………………..........			
	Summe Teilaufgabe a)	**2**	

Teilaufgabe b)

	Anforderungen	Lösungsqualität	
	Die Schülerin / Der Schüler	maximal erreichbare Punktzahl	erreichte Punktzahl
1	berechnet die Geschwindigkeit, mit der der Wasserstand durchschnittlich anstieg.	4	
sachlich richtige Alternativen: (4) …………………………………………………………………………….......... ……………………………………………………………………………..........			
	Summe Teilaufgabe b)	**4**	

Teilaufgabe c)

	Anforderungen	Lösungsqualität	
	Die Schülerin / Der Schüler	maximal erreichbare Punktzahl	erreichte Punktzahl
1	berechnet die Ableitungen h' und h''.	2	
2	ermittelt den Zeitpunkt, zu dem der höchste Wasserstand erreicht wurde.	6	
3	berechnet den Höchststand.	2	
sachlich richtige Alternativen: (10) …………………………………………………………………………….......... ……………………………………………………………………………..........			
	Summe Teilaufgabe c)	**10**	

Teilaufgabe d)

	Anforderungen	Lösungsqualität	
	Die Schülerin / Der Schüler	maximal erreichbare Punktzahl	erreichte Punktzahl
1	bestimmt den Zeitpunkt, zu dem der Wasserstand am schnellsten anstieg.	6	
sachlich richtige Alternativen: (6) …………………………………………………………………………........... …………………………………………………………………………...........			
	Summe Teilaufgabe d)	**6**	

Teilaufgabe e)

	Anforderungen	Lösungsqualität	
	Die Schülerin / Der Schüler	maximal erreichbare Punktzahl	erreichte Punktzahl
1	gibt einen Zahlenbereich für *a* an und begründet seine Wahl.	3	
2	gibt einen Zahlenbereich für *b* an und begründet seine Wahl.	3	
sachlich richtige Alternativen: (6) …………………………………………………………………………........... …………………………………………………………………………...........			
	Summe Teilaufgabe e)	**6**	

	Summe insgesamt	**28**	

Unterlagen für die Lehrkraft

Zentrale Klausur am Ende der Einführungsphase 2011

Mathematik

1. Aufgabenart

Analysis

2. Aufgabenstellung

siehe Prüfungsaufgabe

3. Materialgrundlage

entfällt

4. Bezüge zu den Vorgaben

- Geraden und Geradengleichungen (z. B. g(A;B); Steigungswinkel; Parallelität)
- Nullstellen ganzrationaler Funktionen, in faktorisierter Form, keine Polynomdivision, einfaches Ausklammern
- Untersuchung ganzrationaler Funktionen bis $n = 3$: Nullstellen, Standardsymmetrie, Steigungsverhalten/Hoch- und Tiefpunkte, Wendepunkte
- Tangentengleichungen
- Einfache Transformationen wie Verschieben, Strecken oder Spiegeln von Funktionsgraphen ganzrationaler Funktionen 3. Grades
- Zusammenhang zwischen dem Graphen einer Funktion und den Graphen ihrer ersten und zweiten Ableitungsfunktion
- Differenzialrechnung in Sachzusammenhängen (z. B. durchschnittliche und momentane Änderungsrate; Interpretation ausgezeichneter Punkte im Sachkontext)

5. Zugelassene Hilfsmittel

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (mit oder ohne Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

6. Vorgaben für die Bewertung der Schülerleistungen

Modelllösung a)

Ableitungen:

$f'(x) = -\frac{3}{2} \cdot x^2 + 10 \cdot x - 14$

$f''(x) = -3 \cdot x + 10$

Lokale Extrempunkte:

$f'(2) = 0 \wedge f''(2) = 4 > 0, f(2) = -3$

$f'\left(\frac{14}{3}\right) = 0 \wedge f''\left(\frac{14}{3}\right) = -4 < 0, f\left(\frac{14}{3}\right) = \frac{47}{27}$

Damit ergibt sich der lokale Tiefpunkt $T\left(2 \middle| -3\right)$ und der lokale Hochpunkt $H\left(\frac{14}{3} \middle| \frac{47}{27}\right)$.

Der gewählte Lösungsansatz und –weg muss nicht identisch mit dem in der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet.

Modelllösung b)

Gleichung der Tangente t: $t(x) = m \cdot x + b$:

$m = f'(5) = -\frac{3}{2}$

Wegen $B \in t$ ergibt sich: $\frac{3}{2} = -\frac{3}{2} \cdot 5 + b \Leftrightarrow b = 9$

und damit die Gleichung der Tangente t: $t(x) = -\frac{3}{2} \cdot x + 9$.

Der gewählte Lösungsansatz und –weg muss nicht identisch mit dem in der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet.

Modelllösung c)

$$f(x) = t(x) \Leftrightarrow -\tfrac{1}{2} \cdot x^3 + 5 \cdot x^2 - 14 \cdot x + 9 = -\tfrac{3}{2} \cdot x + 9$$
$$\Leftrightarrow -\tfrac{1}{2} \cdot x^3 + 5 \cdot x^2 - \tfrac{25}{2} \cdot x = 0 \Leftrightarrow x \cdot \left(x^2 - 10 \cdot x + 25\right) = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 5$$

Wegen $t(0) = 9$ gilt damit $S(0|9)$.

Der gewählte Lösungsansatz und –weg muss nicht identisch mit dem in der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet.

Modelllösung d)

Mögliche Zusammenhänge:

In den Bereichen, in denen der Graph von f oberhalb der *x*-Achse verläuft, steigt der Graph von F.

An den drei Extremstellen des Graphen von F besitzt der Graph von f jeweils eine Nullstelle.

$x \approx 5{,}5$ ist eine Extremstelle des Graphen von *F* und eine Nullstelle des Graphen von *f*.

$x = 2$ ist eine Wendestelle des Graphen von F und eine Extremstelle des Graphen von f.

Der gewählte Lösungsansatz und –weg muss nicht identisch mit dem in der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet.

Modelllösung e)

Der Graph von *g* entsteht durch Verschiebung um 3 Einheiten nach oben aus dem Graphen von *f*.

Zwei mögliche Begründungen:

Der Graph von *G* besitzt an der Stelle $x = 6$ einen Hochpunkt. Der Graph der zugehörigen Ableitungsfunktion *g* muss daher die Nullstelle $x = 6$ haben.

Der Graph von *G* besitzt an der Stelle $x = 2$ einen Sattelpunkt. Der Graph der zugehörigen Ableitungsfunktion *g* muss an dieser Stelle die *x*-Achse berühren.

Der gewählte Lösungsansatz und –weg muss nicht identisch mit dem in der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet.

7. Bewertungsbogen zur Klausur

Name der Schülerin / des Schülers:_________________________ Kursbezeichnung:__________

Schule:_________________________________

Teilaufgabe a)

	Anforderungen	Lösungsqualität	
	Die Schülerin / Der Schüler	**maximal erreichbare Punktzahl**	**erreichte Punktzahl**
1	berechnet die Ableitungen f' und f''.	2	
2	weist rechnerisch nach, dass der Graph die lokalen Extrempunkte T und H besitzt.	7	
sachlich richtige Alternativen: (9) ……………………………………………………………………………........... ……………………………………………………………………………...........			
	Summe Teilaufgabe a)	**9**	

Teilaufgabe b)

	Anforderungen	Lösungsqualität	
	Die Schülerin / Der Schüler	**maximal erreichbare Punktzahl**	**erreichte Punktzahl**
1	ermittelt die Steigung der Tangente.	2	
2	ermittelt den y-Achsenabschnitt der Tangente.	2	
sachlich richtige Alternativen: (4) ……………………………………………………………………………........... ……………………………………………………………………………...........			
	Summe Teilaufgabe b)	**4**	

Teilaufgabe c)

	Anforderungen	Lösungsqualität	
	Die Schülerin / Der Schüler	**maximal erreichbare Punktzahl**	**erreichte Punktzahl**
1	ermittelt den Ansatz $f(x) = t(x)$.	2	
2	bestimmt die Koordinaten von S.	3	
sachlich richtige Alternativen: (5) ……………………………………………………………………………........... ……………………………………………………………………………...........			
	Summe Teilaufgabe c)	**5**	

Teilaufgabe d)

	Anforderungen	**Lösungsqualität**	
	Die Schülerin / Der Schüler	**maximal erreichbare Punktzahl**	**erreichte Punktzahl**
1	nennt einen Zusammenhang zwischen den Graphen von f und F.	3	
2	nennt einen weiteren Zusammenhang zwischen den Graphen von f und F.	3	
sachlich richtige Alternativen: (6) ……………………………………………………………………………........... ……………………………………………………………………………...........			
	Summe Teilaufgabe d)	**6**	

Teilaufgabe e)

	Anforderungen	**Lösungsqualität**	
	Die Schülerin / Der Schüler	**maximal erreichbare Punktzahl**	**erreichte Punktzahl**
1	gibt die Verschiebung an.	2	
2	begründet seine Entscheidung.	2	
sachlich richtige Alternativen: (4) ……………………………………………………………………………........... ……………………………………………………………………………...........			
	Summe Teilaufgabe e)	**4**	

	Summe insgesamt	**28**	

Festlegung der Gesamtnote

	Lösungsqualität	
	maximal erreichbare Punktzahl	erreichte Punktzahl
Übertrag der Punktsumme aus der ersten Aufgabe	**28**	
Übertrag der Punktsumme aus der zweiten Aufgabe	**28**	
Gesamtpunktzahl	**56**	

Note

Unterschrift, Datum

Grundsätze für die Bewertung (Notenfindung)

Für die Zuordnung der Noten zu den Punktsummen ist folgende Tabelle zu verwenden:

Note	Erreichte Punktsummen
sehr gut	49 – 56
gut	41 – 48
befriedigend	33 – 40
ausreichend	24 – 32
mangelhaft	12 – 23
ungenügend	0 – 11